

Моржеедов Владислав Геннадьевич
Московский университет «Синергия»
Галушкин Владимир Викторович
Московский университет «Синергия»
Скосарева Екатерина Петровна
Московский университет «Синергия»

Современные подходы к математическому моделированию экономического развития

Аннотация. В статье проведена систематизация современных подходов к математическому моделированию экономического развития в условиях технологической динамики, институциональных трансформаций и роста неопределенности. Раскрыты теоретические основы экономико-математического моделирования и охарактеризованы этапы построения моделей. Проанализированы классические и неоклассические макроэкономические конструкции (модели Солоу-Свона, AS-AD, IS-LM, модель Гудвина), а также оптимизационные и балансовые подходы. Особое внимание уделено современным количественным инструментам – эконометрическому, имитационному и сценарному моделированию, алгоритмам машинного обучения. Выделены новые направления моделирования, связанные с учетом институционально-культурных факторов, применением нечеткой логики, рефлексивных моделей поведения и интеллектуальных цифровых систем. Обоснованы методологические трудности современного моделирования, обусловленные стохастичностью процессов, чувствительностью к параметрам и требованиями к качеству данных. Сделан вывод о необходимости развития нелинейных и адаптивных моделей, обеспечивающих высокую объяснительную и прогностическую способность в условиях структурной нестабильности экономики.

Ключевые слова: математическое моделирование, экономическое развитие, макроэкономические модели, нечеткие модели, интеллектуальные системы, цифровая экономика, прогнозирование

Morzheedov Vladislav Gennadievich
Moscow University «Synergy»
Galushkin Vladimir Viktorovich
Moscow University «Synergy»
Skosareva Ekaterina Petrovna
Moscow University «Synergy»

Modern approaches to mathematical modeling of economic development

Abstract. The article systematizes modern approaches to mathematical modeling of economic development in the context of technological dynamics, institutional transformations and increasing uncertainty. The theoretical foundations of economic and mathematical modeling are revealed, and the stages of model construction are characterized. Classical and neoclassical macroeconomic constructions (Solow–Swan models, AS–AD, IS–LM, Goodwin model), as well as optimization and balance approaches are analyzed. Special attention is paid to modern quantitative tools – econometric, simulation and scenario modeling, machine learning algorithms. New areas of modeling are

identified, related to the consideration of institutional and cultural factors, the use of fuzzy logic, reflexive behavioral models and intelligent digital systems. The methodological difficulties of modern modeling caused by stochastic processes, sensitivity to parameters, and data quality requirements are substantiated. It is concluded that it is necessary to develop nonlinear and adaptive models that provide high explanatory and predictive ability in conditions of structural instability of the economy.

Keywords: mathematical modeling, economic development, macroeconomic models, fuzzy models, intelligent systems, digital economy, forecasting

В современных условиях в экономике возрастает потребность в инструментах количественного анализа и прогноза. Экономическое развитие все в большей степени определяется сложными взаимодействиями факторов производства, институтов, человеческого капитала и цифровых технологий. Поэтому качественные описательные методы анализа оказываются недостаточными для выработки обоснованных управленческих решений.

Как показано в современных исследованиях, математические методы позволяют формализовать экономические закономерности, выявлять устойчивые зависимости и строить долгосрочные прогнозы [2]. Одновременно развитие макроэкономического моделирования демонстрирует возможность строгого анализа динамики основных показателей, включая ВВП, занятость и инвестиционную активность [1].

Таким образом, математическое моделирование выступает не только инструментом теоретического анализа, но и практической основой для оценки сценариев экономического развития, что и определяет актуальность выбранной темы.

Несмотря на развитие экономико-математического аппарата, в научной литературе сохраняется дискуссия относительно адекватности существующих моделей современным условиям хозяйствования. С одной стороны, накоплен обширный инструментарий макро- и микроэкономического анализа, а с другой – цифровизация и рост неопределенности требуют пересмотра традиционных подходов.

Возникшее противоречие может быть сформулировано следующим образом: при наличии развитых формализованных моделей экономического роста и инновационного развития ожидается их высокая объяснительная и прогностическая способность, однако на практике наблюдается недостаточная адаптивность данных моделей к институциональным и социокультурным особенностям современных экономик.

В работах отмечается необходимость учета культурных и институциональных факторов, а также разработки новых моделей инновационного развития и проектирования управленческих процессов [5]. Это свидетельствует о переходе от узкофункциональных моделей к комплексным конструкциям.

Теоретические основы математического моделирования экономического развития формировались в рамках классической и неоклассической традиции, в рамках которых экономическое развитие рассматривалось через призму факторов производства и накопления капитала. В дальнейшем акцент был смещен на динамические модели экономического роста и цикличности, включая модели типа Гудвина, исследуемые с применением строгих аналитических методов [1].

В современных исследованиях наблюдается расширение предметного поля моделирования, т.к. рассматриваются:

- макроэкономические модели инновационного развития, учитывающие институциональные параметры [5];
- методы формализации и этапы построения экономико-математических моделей, включая постановку задачи, формализацию, информационное обеспечение и валидацию [8];
- прикладные аспекты использования математических методов в микро- и макроэкономике [9].

Таким образом, проблема обладает высокой степенью теоретической проработанности, однако сохраняется необходимость систематизации современных подходов с учетом новых вызовов.

Цель работы – систематизировать современные подходы к математическому моделированию экономического развития и определить направления их дальнейшей эволюции в условиях технологических и институциональных изменений.

Экономико-математическая модель представляет собой абстрактное представление реальности в математической форме, предназначенное для изучения определенных аспектов этой реальности и получения ответов на поставленные вопросы. По своей сути модель является системой, исследование которой служит средством для получения информации о другой (оригинальной) системе.

Формализация экономических процессов в модели осуществляется через выражение совокупности величин-факторов (имеющих экономический смысл), которые связаны между собой математическими зависимостями: формулами, уравнениями или неравенствами. Использование моделей как инструмента абстрагирования и упрощения позволяет исследователю сконцентрироваться на главных закономерностях системы, получая необходимые результаты значительно проще и быстрее, чем при изучении реального объекта [12]. При этом моделирование всегда предполагает принятие ряда допущений и ограничений, что неизбежно ведет к определенным погрешностям, обусловленным упрощением сложных систем.

На основе обобщения существующих подходов выделяются следующие типы экономико-математических моделей:

1. *По типу переменных:*

– статические, которые описывают состояние системы в конкретный, заданный момент времени;

– динамические – характеризуют изменения экономических процессов и систем во времени.

2. *По математическому аппарату:*

– линейные – предполагают наличие строго линейных зависимостей между переменными;

– нелинейные – учитывают сложные и нелинейные взаимосвязи.

3. *По степени определенности:*

– детерминированные – предполагают использование точных значений параметров, в которых ни целевая функция, ни уравнения связи не содержат случайных факторов;

– стохастические – учитывают влияние случайных факторов и имеют вероятностную природу.

4. *По масштабу:*

– микроэкономические – моделируют поведение отдельных экономических агентов (фирм, домохозяйств);

– макроэкономические – описывают функционирование экономики страны или ее крупных подсистем в целом.

Процесс построения экономико-математической модели является интерактивным и включает несколько обязательных этапов:

1. *Постановка проблемы.* На данном этапе осуществляется определение экономической задачи, выбор целей моделирования, определение временного периода анализа (краткосрочный, среднесрочный или долгосрочный) и необходимого уровня агрегации данных.

2. *Выделение переменных и ограничений.* На этапе содержательного описания объекта определяются основные переменные (цена, спрос, предложение) и устанавливаются связи между ними (прямые или косвенные), а также формулируются гипотезы о характере этих связей и задаются ограничения, накладываемые на ресурсы или технологические возможности.

3. *Формализация.* Выбор типа модели и перевод содержательного описания на язык математики – запись уравнений, неравенств и функций. На этом же этапе определяются параметры модели на основе статистических данных или экспертных оценок.

Важным этапом математического моделирования экономического развития является верификация, валидация и последующая интерпретация полученных результатов. Верификация предполагает проверку корректности математической реализации модели, соответствие программного алгоритма исходной формализации, а также отсутствие вычислительных и логических ошибок [11]. Валидация направлена на установление степени адекватности модели исследуемому объекту, что достигается посредством сопоставления расчетных показателей с фактическими статистическими данными и анализа отклонений. Интерпретация результатов моделирования включает содержательный анализ полученных расчетов, выявление возможных рисков и ограничений, а также формирование практических выводов и рекомендаций, ориентированных на поддержку управленческих решений в условиях неопределенности социально-экономической среды.

Фундамент современных макроэкономических исследований составляют классические и неоклассические модели, ориентированные на выявление условий сбалансированного развития и достижение устойчивых темпов экономического роста.

Модель экономического роста Солоу–Свона описывается производственной функцией типа Кобба–Дугласа:

$$Y(t) = K(t)^\alpha [A(t)L(t)]^{1-\alpha}, 0 < \alpha < 1.$$

Данная модель является мейнстримом неоклассической теории развития, которая описывает процесс долгосрочного экономического роста, фокусируясь на накоплении капитала, динамике численности населения и экзогенном технологическом прогрессе

Модель AS–AD формализуется системой равновесия совокупного спроса и предложения:

$$Y = C(Y - T) + I(r) + G + NX.$$

Модель объединяет движение агрегированного предложения и совокупного спроса на блага и услуги, описывает взаимосвязь между уровнем цен и реальным ВВП, уделяя внимание изменениям технологий и предпочтениям потребителей.

Модель IS–LM представляется системой двух уравнений:

$$Y = C(Y - T) + I(r) + G,$$
$$\frac{M}{P} = L(Y, r).$$

Модель сосредоточена преимущественно на финансовых и денежных аспектах экономики, позволяет анализировать взаимозависимость между уровнем процентных ставок, инвестициями и национальным доходом.

В отличие от стационарных моделей роста, данное направление рассматривает экономику как динамическую систему, склонную к периодическим колебаниям.

Модель Р. Гудвина формализуется нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка:

$$\ddot{x} + \mu(x^2 - \alpha^2)\dot{x} + \beta^2x = 0, \quad \mu > 0.$$

Предложенная в начале 1970-х г., модель основывается на идее взаимосвязи между уровнем заработных плат, безработицей и инфляцией. С математической точки зрения она представляет собой нелинейную систему, часто содержащую малый параметр, что делает ее сложной для исследования.

Для анализа модели Гудвина применяются такие методы, как метод Пуанкаре, позволяющий найти условия существования устойчивых предельных циклов. Это дает возможность прогнозировать амплитуду и частоту экономических циклов, определяя уровни ВВП, обеспечивающие стабильность системы в долгосрочном периоде.

Оптимизационный подход позволяет находить наилучшие управленческие решения в условиях ограниченности ресурсов.

Модель линейного программирования имеет вид задачи условной оптимизации:

$$\max Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j,$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, \dots, m.$$

Историческая роль этого метода неразрывно связана с работами Л. В. Канторовича (1938–1939 гг.), который сформулировал новый класс условно-экстремальных задач для организации и планирования производства. Этот аппарат стал органической частью теории оптимального планирования.

Развитие этих подходов опирается на балансовый метод и труды В. Леонтьева:

$$X = AX + Y.$$

Модели межотраслевого баланса позволяют анализировать материально-вещественные и стоимостные связи между различными секторами экономики, обеспечивая координацию плановых показателей на макроуровне.

Эволюция математического инструментария демонстрирует отчетливый переход от линейных стационарных конструкций к динамическим и нелинейным системам. Если ранние модели стремились к описанию равновесных состояний, то современные подходы акцентируют внимание на эндогенных механизмах циклического развития и сложности адаптации систем к внешним шокам.

Современный этап развития экономико-математических исследований характеризуется расширением прикладного инструментария и усилением роли вычислительных методов. В научных публикациях последних лет отмечается необходимость интеграции статистических, имитационных и алгоритмических подходов для анализа динамики макро- и микроэкономических процессов [3, 7]. В этой связи целесообразно систематизировать применяемые инструменты и их функциональное назначение.

Основные количественные методы анализа экономического развития представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Современные количественные инструменты анализа экономического развития

Направление анализа	Метод	Формализованное представление	Основное назначение
Эконометрическое моделирование	Множественная регрессия	$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \epsilon$	Оценка влияния факторов на экономические показатели
	Проверка статистических гипотез	$t = \frac{\hat{\beta}_i}{SE(\hat{\beta})}$	Верификация параметров модели
Численное моделирование	Итерационный алгоритм	$x_{t+1} = f(x_t)$	Решение нелинейных и динамических систем
Имитационное моделирование	Динамическая система	$S_{t+1} = F(S_t, \xi_t)$	Анализ поведения сложных систем при неопределенности
Сценарное моделирование	Альтернативные траектории	$Y_t^{(j)} = f_j(X_t)$	Прогнозирование развития при различных условиях

Оптимизационные вычислительные методы	Задача условной оптимизации	$\max Z = f(x), \text{ при } g_i(x) \leq b_i$	Выбор наилучшего управленческого решения
Интеллектуальные алгоритмы	Алгоритм машинного обучения	$\hat{Y} = A(X)$	Прогнозирование, риск-менеджмент

Источник: составлено авторами

Представленная систематизация демонстрирует, что современное моделирование экономического развития опирается не только на классические статистические методы, но и на вычислительно-интенсивные алгоритмы, обеспечивающие обработку больших массивов данных и построение адаптивных прогнозных моделей. Применение математических методов позволяет формализовать экономические процессы, осуществлять количественную оценку взаимосвязей и строить долгосрочные прогнозы развития.

Таким образом, современный инструментарий анализа экономического развития характеризуется усилением роли вычислительных технологий, переходом к интеграции статистических и алгоритмических моделей и расширением возможностей оперативного мониторинга динамики социально-экономических систем.

Расширение задач анализа экономической динамики, усложнение институциональной среды и ускорение технологических изменений обусловили появление новых подходов к формализации процессов развития. В научных исследованиях указывается на то, что усиление неопределенности, рост масштабов инновационных проектов и цифровизация хозяйственной деятельности требуют пересмотра традиционных модельных конструкций и перехода к адаптивным инструментам [4, 6, 10].

В этой связи нами систематизированы основные направления, отражающие трансформацию методологической базы моделирования экономического развития. Обобщенная характеристика данных направлений приведена в таблице 2.

Таблица 2 – Новые направления математического моделирования экономического развития

Направление моделирования	Формализованное представление	Методический инструментарий	Экономическое назначение
Модели инновационного развития	$\Delta Y_{t+1} > 0, \Delta R_{t+1} < 0$	Сценарное моделирование: $Y_t^{(s)} = F(X_t, \theta_s)$	Оценка качественного прогресса и устойчивости развития
	$R = \mathbb{E}[L(X, \xi)]$	Имитационное моделирование, AI: $\hat{R} = A(X)$	Комплексная оценка инвестиционных и проектных рисков
Институционально-культурные модели	$Y = A(I, C) \cdot F(K, L)$	Модификация производственных функций с учетом институтов	Анализ влияния институциональной среды и культуры на рост
	$\dot{Y} = \phi(I, C, K, L)$	Динамические модели	Оценка долгосрочных

			траекторий развития
Нечеткие модели	$\mu_A(x) \in [0,1]$	Теория нечетких множеств, Fuzzy Logic	Принятие решений в условиях высокой неопределенности
Рефлексивные модели поведения	$U_i = U_i(a_i, E_i(a_j))$	Теория контрактов, рефлексивная логика	Формализация стратегических взаимодействий агентов
Интеллектуальные и цифровые модели	$x_{t+1} = \mathcal{G}(x_t, D_t)$	Машинное обучение, системы поддержки решений	Адаптивное управление и обработка потоков данных
	$\hat{Y} = \alpha Y_{exp} + (1 - \alpha) Y_{alg}$	Человеко-машинные системы	Интеграция экспертных оценок и алгоритмических расчетов

Представленная систематизация демонстрирует смещение акцента от статических и изолированных моделей к междисциплинарным и гибридным конструкциям, сочетающим аналитические уравнения, имитационные процедуры и интеллектуальные алгоритмы.

Новые направления математического моделирования обеспечивают расширение аналитических возможностей исследования экономического развития, учитывающих стратегическое поведение агентов и цифровые факторы, влияющие на устойчивость и долгосрочную динамику хозяйственных систем.

Внедрение современных подходов предоставляет не только преимущества, но и ряд трудностей. Так, в современных экономических исследованиях проявляется несоответствие между абстрактными теоретическими построениями и практикой функционирования хозяйственных систем. Ранее сформированные концептуальные конструкции демонстрируют недостаточную объяснительную способность в условиях ускоряющихся технологических изменений. Причиной этого выступает высокая сложность реальных процессов при их формализации, обусловленная как объективной многомерностью экономических объектов, так и ограниченной репрезентативностью доступных инструментов анализа. Дополнительно возникают проблемы при эмпирической проверке гипотез, поскольку экономические системы характеризуются высокой степенью взаимозависимости, что исключает проведение изолированных экспериментов и затрудняет выделение чистых причинно-следственных эффектов.

Существенным методологическим вызовом остается высокая степень неопределенности и изменчивости экономической среды. Стохастический характер большей части процессов, а также институциональная динамика приводят к вариативности траекторий развития и усложняют процедуру долгосрочного прогнозирования. Нелинейные макроэкономические системы характеризуются высокой чувствительностью к параметрическим изменениям: наличие малых параметров в дифференциальных уравнениях способно вызывать качественные изменения поведения системы при незначительных корректировках исходных условий. В результате устойчивость выводов, полученных на основе модели, носит краткосрочный характер.

Дополнительные трудности связаны с применением линейных моделей в среде, отличающейся структурной нестабильностью. Двухфакторные и статические модели, разработанные для относительно равновесных условий, демонстрируют низкую адекватность при описании технологических сдвигов и эндогенных механизмов роста. Жесткие функциональные зависимости не позволяют полноценно интерпретировать динамику общей

факторной производительности и сложную структуру совокупного проектного риска. Представляется необходимым переход к нелинейным, многомерным и гибридным моделям, использующим инструментарий динамических систем, теории нечетких множеств и формализации стратегического поведения экономических агентов.

Отдельного внимания заслуживает проблема качества исходной информации. Расширение цифровых массивов данных и применение вычислительно-интенсивных методов требуют высокой достоверности статистических показателей. Некорректная спецификация входных параметров, использование неполных или устаревших данных приводят к смещению результатов и искажению интерпретаций. Высокая скорость обновления информации требует постоянной калибровки моделей, тогда как отсутствие унифицированных стандартов сбора и обработки данных осложняет воспроизводимость результатов.

Проведенное исследование позволило систематизировать современные подходы к математическому моделированию экономического развития и определить направления их трансформации в условиях технологических изменений. Анализ классических, неоклассических, циклических и оптимизационных моделей показал, что их эволюция отражает последовательное усложнение представлений о механизмах экономической динамики.

Обобщение современных количественных инструментов продемонстрировало роль эконометрических, имитационных и сценарных методов, а также интеграцию алгоритмических и интеллектуальных технологий в процессы анализа и прогнозирования. Выделенные новые направления моделирования – инновационные, институционально-культурные, нечеткие и гибридные цифровые модели – свидетельствуют о переходе к междисциплинарным конструкциям, учитывающим неопределенность, стратегическое поведение агентов и влияние цифровой среды.

В результате проведенной систематизации установлены следующие направления дальнейшего развития математического моделирования экономического развития:

1. Смещение акцента от статических равновесных схем к динамическим и неравновесным моделям.
2. Переход от линейных зависимостей к нелинейным и адаптивным конструкциям.
3. Интеграция институциональных и социокультурных факторов в формализованные экономические модели.
4. Внедрение алгоритмов машинного обучения;
5. Повышение требований к качеству данных, процедурам верификации и воспроизводимости результатов.

Таким образом, современное математическое моделирование экономического развития трансформируется в комплексную систему аналитических и вычислительных инструментов, ориентированную на исследование сложных динамических процессов и поддержку стратегических управленческих решений.

Список источников

1. Белоусова Е. П. Исследование макроэкономической модели в целях анализа и прогноза динамики экономических показателей / Е. П. Белоусова // Регион: системы, экономика, управление. – 2025. – № 1(68). – С. 194-200.
2. Гачаев А. М. Роль и значение математики в экономике / А. М. Гачаев, А. Е. Бунтин // Экономика и управление: проблемы, решения. – 2025. – Т. 1, № 5(158). – С. 5-11. – DOI 10.36871/ek.ur.p.r.2025.05.01.001.
3. Гачаев А. М. Стратегии применения математических моделей в экономической сфере / А. М. Гачаев, Р. Р. Салгириев // Экономика и управление: проблемы, решения. – 2025. – Т. 9, № 2(155). – С. 5-10.
4. Использование математических моделей в исследованиях экономические вопросы / Х. Каримзаде, Г. Тиллозода, И. Рахронов, Ш. А. Садыкова // Вестник Педагогического университета. Естественные науки. – 2022. – № 1(13). – С. 44-51.

5. Кошечева А. К. Новые математические модели инновационного развития / А. К. Кошечева, А. В. Брындин, А. Н. Зюзин // Экономика и управление: проблемы, решения. – 2024. – Т. 22, № 12(153). – С. 14-25.
6. Макаров А. Д. Математические методы и модели в экономике / А. Д. Макаров, А. Н. Бирюков // Региональные аспекты управления, экономики и права Северо-западного федерального округа России. – 2022. – № 1(55). – С. 39-45.
7. Медведева Н. В. Детерминанты развития экономики предложения: расстановка приоритетов / Н. В. Медведева // Журнал монетарной экономики и менеджмента. – 2024. – № 7. – С. 182-186.
8. Михальченкова М. А. Методы построения экономико-математических моделей / М. А. Михальченкова // Вестник образовательного консорциума Среднерусский университет. Информационные технологии. – 2025. – № 1(25). – С. 29-33.
9. Орифова Ш. Р. Математические модели, как инструмент исследования экономических систем / Ш. Р. Орифова // Вестник Технологического университета Таджикистана. – 2022. – № 4-1(51). – С. 132-140.
10. Супаева Г. Т. Математические методы и нечеткие модели экономического анализа / Г. Т. Супаева, А. М. Бердимуратов // М. Рыскулбеков атындагы Кыргыз экономикалык университетинин кабарлары. – 2024. – № 3(64). – С. 74-77.
11. Трофимова Т. В. Актуальные методы математического моделирования в современной экономике / Т. В. Трофимова, М. В. Курганова // Наука XXI века: актуальные направления развития. – 2024. – № 1-2. – С. 292-295.
12. Тютюников А. А. Современная концепция экономического развития: направления, модели, роль аграрного сектора / А. А. Тютюников, Т. В. Закшевская // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. – 2022. – Т. 15, № 2(73). – С. 105-125.

Сведения об авторе

Моржеедов Владислав Геннадьевич, старший преподаватель кафедры Фундаментальных юридических и социально-гуманитарных дисциплин, Университет Синергия, Москва, Россия.

Галушкин Владимир Викторович, старший преподаватель департамента математики, Университет Синергия, Москва, Россия.

Скосарева Екатерина Петровна, старший преподаватель департамента математики, Университет Синергия, Москва, Россия.

Information about the author

Morzheedov Vladislav Gennadievich, Senior Lecturer at the Department of Fundamental Legal and Social Sciences and Humanities, Synergy University, Moscow, Russia.

Galushkin Vladimir Viktorovich, Senior Lecturer, Department of Mathematics, Synergy University, Moscow, Russia.

Skosareva Ekaterina Petrovna, Senior Lecturer, Department of Mathematics, Synergy University, Moscow, Russia.